

Nome	Cognome	Matricola
------	---------	-----------

Esame di Matematica Finanziaria – Settembre 2026 – Prof. G. Masala

Esercizio 1 (4 punti)

Redigere il piano di ammortamento italiano per un debito di Euro 30.000 da rimborsare in 6 anni, rate annuali, al tasso $i = 2\%$. Dopo 2 anni, in cui le rate vengono pagate regolarmente, viene sospeso, per 1 anno, il pagamento della quota capitale e per l'anno successivo non avviene nessun pagamento. Dopo di che, viene accordato un nuovo piano d'ammortamento francese per la restituzione del debito residuo nei tempi previsti, al nuovo tasso dell'8%, con rate annuali.

Stendere il piano di ammortamento complessivo, determinare il tasso di costo complessivo (per interpolazione) e calcolare nuda proprietà ed usufrutto all'epoca 3,5 al tasso di valutazione $j = 10\%$.

N	QC	QI	R	DR
0				30 000.00
1	5 000.00	600.00	5 600.00	25 000.00
2	5 000.00	500.00	5 500.00	20 000.00
3	0.00	400.00	400.00	20 000.00
4	0.00	0.00	0.00	20 400.00
5	9 807.69	1 632.00	11 439.69	10 592.31
6	10 592.31	847.38	11 439.69	0.00

U = 2.082,32

NP = 16.847,74

TIC = 3,37%

Esercizio 2 (4 punti)

Sia data la seguente forza d'interesse:

$$\delta(t) = \frac{0,05t}{1+t^2}$$

Calcolare il valore attuale di una rendita posticipata quadriennale, con rate in progressione aritmetica di primo termine 100 e ragione 50, differita di tre anni. Determinare la rata di una rendita posticipata frazionata in semestri, di durata quadriennale e differita di un trimestre, equivalente nel regime finanziario dell'interesse composto al tasso dell'8%.

VA = 640,8723

R = 96,7284

Esercizio 3 (4 punti)

Un'azienda ha a disposizione due progetti di investimento tra loro alternativi dati dai seguenti scadenziari:

$$A: (-100; 5; 5; 5; 5; 105) / (0; 1; 2; 3; 4; 5)$$

$$B: (-100; 10; 20; 40; 50) / (0; 1; 2; 3; 4)$$

L'operazione integrativa che consente di rendere omogenee le due alternative consiste nell'investire i flussi dell'operazione B fino all'epoca 5 al tasso del 3%. Valutare l'operazione più conveniente sulla base del criterio del TIR. Determinare il tasso di reinvestimento i^* che rende le due operazioni equivalenti (stesso TIR).

TIR(A) = 5,00%	A è più conveniente
TIR(B*) = 4,90%	$i^* = 3,24\%$

Nome	Cognome	Matricola
------	---------	-----------

Esercizio 4 (4 punti)

Sia data la seguente operazione finanziaria:

$$z = (P; 10; 15; 12; 100) / (0; 1; 2; 3; 4)$$

Determinare il suo prezzo di mercato, e la duration del primo e secondo ordine nell'ipotesi di una struttura dei tassi piatta con $i = 10\%$. Determinare inoltre il suo presumibile cambiamento di valore a seguito di una variazione negativa dei tassi di mercato del 3%.

P	D ¹	D ²	ΔP
98,80	3,38	12,48	+9,11

Esercizio 5 (4 punti)

Si considerino i seguenti due titoli obbligazionari:

- ZCB con i seguenti flussi: $(-92; 100) / (0; 1)$
- CB con i seguenti flussi: $(-95; 5; 5; 105) / (0; 1; 2; 3)$.

Sapendo che la curva dei tassi è data da: $i(0;t) = i = 0,08$, calcolare:

- le quote di composizione ed il valore del portafoglio formato dai due titoli, che immunizza un'unica uscita di Euro 5.000 prevista all'epoca 2;
- il prezzo del portafoglio delle entrate;
- il saldo netto del portafoglio complessivo in corrispondenza dell'epoca 2, nell'ipotesi in cui si verifichi uno shift negativo sulla curva dei tassi pari a 3 punti percentuali.

π_1	π_2	VA (E)	Prezzo ptf	VN ₂
21,31	25,07	4.286,69	4.342,54	+ 1,93

Esercizio 6 (4 punti)

Un portafoglio è formato da uno ZCB (con valore di rimborso pari a 110), cinque azioni, una Call e cinque Put acquistate.

Il titolo azionario sottostante le opzioni vale 100 all'epoca 0, la Call e la Put hanno strike price (K) pari, rispettivamente, a 110 e 90. Inoltre, $u = 1,2$; $d = 0,8$; $i = 0,05$; $T = 2$.

Con riferimento al portafoglio così composto calcolare: il prezzo della Call e della Put; il valore all'epoca 0, il valore a scadenza nei 3 possibili scenari, il valore atteso, il TIR atteso e i TIR nei 3 possibili scenari.

Call	Put	V(0)	Valore atteso	V _{uu}	V _{ud}	V _{dd}	TIR atteso	TIR _{uu}	TIR _{ud}	TIR _{dd}
12,05	3,32	628,4	692,81	864,00	590,00	560,00	5%	17,26%	-3,10%	-5,60%

Domande teoriche (6 punti)

- Definizione e significato del tasso istantaneo.
- Le rendite frazionate: formule principali per il calcolo del VA e del montante.
- Relazione di coerenza e possibilità di arbitraggio.